

一种基于 Tchebichef 矩的半脆弱图像数字水印算法*

吕皖丽¹, 郭玉堂^{1,2}, 罗斌¹

(1. 安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室//计算机科学与技术学院, 安徽合肥 230039;
2. 安徽省教育学院计算机科学与技术系, 安徽合肥 230061)

摘要: 提出了一种适用于图像内容认证的基于 Tchebichef 矩的半脆弱图像数字水印算法。水印嵌入时首先将图像分块, 然后使用查找表法快速计算图像块的 Tchebichef 矩, 最后通过修改每个图像块的 Tchebichef 矩来嵌入水印。水印提取过程是嵌入过程的逆过程, 实现了盲水印提取。实验表明, 算法透明性较好, 对于常见的攻击, 如 JPEG 压缩、加性噪声、小角度的旋转缩放攻击、亮度/对比度攻击以及高斯低通滤波等具有很好的鲁棒性。

关键词: 数字水印; 图像内容认证; Tchebichef 矩; 离散正交矩

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579(2009)01-0016-06

A Semi-fragile Image Watermarking Scheme Based on Tchebichef Moments

LÜ Wanli¹, GUO Yutang^{1,2}, LUO Bin¹

(1. Key lab of Intelligent Computing and Signal Processing of Ministry of Education//
School of Computer Science and Technology, Anhui University, Hefei 230039, China;
2. Computer Department, Anhui Institute of Education, Hefei 230061, China)

Abstract: A novel semi-fragile watermarking algorithm based on Tchebichef moments is proposed. In the watermark embedding procedure, the image is divided into blocks firstly. The Tchebichef moment of each block is computed rapidly with the help of look-up-table and modified to embed a watermark. The watermark extraction is the reverse progress of the watermark embedding withast its original image. Experimental results demonstrate that the proposed watermarking technique has a good vision performance and the robustness against some attacks such as JPEG compressing, noises, little rotation or scale, luminance or contrast enhancement and Gaussian low pass filtering. In the cut and paste experiments, the proposed algorithm can occurately locate the tempered positions. More importantly, the proposed scheme can locate where the paste comes from in the paste experiments.

Key words: digital watermarking; authentication; Tchebichef moment; discrete orthogonal polynomials

数字水印技术是信息隐藏和数字产品版权保护及认证的有效技术, 是多媒体信息安全研究领域的热点课题。在使用数字水印的方法对图像内容进行认证时, 需要用到半脆弱数字水印技术。数字水印算法在实现上大体可分为空域中实现数字水印和变换域中实现数字水印两类。空域数字水印算法^[1-2]的优点是简单易行、有较大的信息隐藏量, 但该算

法鲁棒性不好, 属于脆弱数字水印技术, 实用性差。在变换域中实现的数字水印算法中最典型的是 Cox 等人提出的 DCT (discrete cosine transform) 水印算法^[3], 将扩频通信的理论应用到了数字水印系统中。由于小波变换具有良好的主频分解特性, 近年来还出现了许多基于小波变换的水印算法^[4]。变换域水印属于鲁棒数字水印技术, 对一般图像处

* 收稿日期: 2008-04-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60772122); 安徽省高等学校省级自然科学研究重点资助项目(KJ2007A045; KJ2008A033)

作者简介: 吕皖丽(1974年生), 女, 博士生; E-mail: wanly_w@163.com

理操作不敏感,但是算法复杂,水印容量低。为了增加变换域上水印容量,出现了利用数学分析或机器学习的方法来最优化水印嵌入位置、容量、强度的算法,如 Lou 等使用神经网络^[5-6],但是,神经网络易产生过学习现象,且隐层节点数需要根据经验来确定。支持向量机是一种基于统计学习理论的新的通用学习方法,基于支持向量机的数字水印算法在较好保持图像感知质量的前提下,对部分图像处理具有很好的鲁棒性^[7],但是由于支持向量机需要训练和学习,具有较高的时间和空间复杂度,嵌入水印容量相对较小而且对 JPEG 压缩敏感,因而还是欠缺实用性。近年来,图像的矩在图像分析和重建中得到了应用,在损失部分矩的情况下,图像重建时仍然可以得到质量较好的图像,利用这一特性,可以使用图像的矩进行数字水印的嵌入^[8-9]。

文献 [10] 在 Zernike 矩中嵌入数字水印。常用的 Zernike、Pseudo-Zernike 以及 Legendre 矩使用连续正交多项式作为基函数。实际应用中连续正交矩对数字图像进行处理时,采用离散求和的方式来逼近真实积分运算,连续函数离散化时会产生离散误差,并且多项式域到图像坐标域的转换造成实际矩计算中还存在着计算误差,这两大误差造成无法得到连续正交矩的准确值。离散正交矩的出现解决了误差难题。首先,离散误差不复存在了,而这一误差在计算连续正交矩中不可避免;其次,使用离散正交矩表示的图像更适宜用矩阵运算^[11]。

基函数采用 Tchebichef 多项式的 Tchebichef 离散正交矩非常适用于数字图像处理。首先, Tchebichef 正交矩本身是离散的,计算精度较高;其次, Tchebichef 矩可直接用于离散图像,不需要对定义域进行归一处理;最后, Tchebichef 多项式的计算具有递推关系和对称性。这些优点使得 Tchebichef 正交矩在图像重建时可以得到非常精美的图像,因此不仅适合用来提取图像特征,也很适宜在数字水印算法中用来嵌入水印。

1 Tchebichef 矩

1.1 连续正交矩和离散正交矩

对于连续函数 $f(x, y)$, 可以得到连续正交矩

$$M_{pq} = \iint f(x, y) h_{pq}(x, y) dx dy$$

其中 $h_{pq}(x, y)$ 是有关 x 和 y 的多项式, 秩分别为 p 和 q 。使用不同的基函数可以生成不同的矩函数。如果 $f(x, y)$ 是数字图像, 可以得到近似的积分函

$$\text{数结果: } M_{pq} = \sum_x \sum_y f(x, y) h_{pq}(x, y)$$

这一离散化的过程将导致连续矩函数的离散误差。

1.2 Tchebichef 矩

离散 Tchebichef 多项式定义如下^[10]:

$$t_n(x) = (1 - N)_{n3} F_2(-n, -x, 1 + n; 1, 1 - N; 1) n, x, y = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \quad (1)$$

其中

$$3F_2(a_1, a_2, a_3; b_1, b_2; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_1)_k (a_2)_k (a_3)_k (b_1)_k (b_2)_k z^k}{k!} \\ (a)_k = a(a+1)\dots(a+k-1) = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)}$$

离散 Tchebichef 多项式满足正交属性:

$$\sum_{x=0}^{N-1} t_m(x) t_n(x) = \rho(n, N) \delta_{mn}, 0 \leq m, n \leq N - 1 \\ \rho(n, N) = \frac{N(N^2 - 1)(N^2 - 2^2)\dots(N^2 - n^2)}{2n + 1}$$

$$(2n)! \binom{N+n}{2n+1}, n = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \quad (2)$$

函数 $f(x, y)$, $0 \leq x, y \leq N - 1$, 满足

$$f(x, y) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} T_{mn} t_m(x) t_n(y) \quad (3)$$

$$\text{其中 } T_{mn} = \frac{f(x, y)}{\rho(m, N) \rho(n, N)} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} t_m(x) t_n(y) \quad (4)$$

归一化的 Tchebichef 多项式定义为:

$$\tilde{t}_n(x) = \frac{t_n(x)}{\beta(n, N)} \quad (5)$$

其中 $\beta(n, N)$ 是一个与 x 无关的常量, $\beta(n, N)$ 最简单的选择是 $\beta(n, N) = N^n$, 这样第 n 阶 Tchebichef 多项式表示为:

$$\tilde{t}_n(x) = \frac{(2n-1)}{n} \tilde{t}_1(x) \tilde{t}_{n-1}(x) - \frac{(n-1)}{n} \left(1 - \frac{(n-1)^2}{N^2}\right) \tilde{t}_{n-2}(x) n = 2, \dots, N - 1 \quad (6)$$

其中 $\tilde{t}_0(x) = 1$, $\tilde{t}_1(x) = (2x + 1 - N)/N$,

$$\tilde{\rho}_n(x) = \frac{N}{2n+1} \left(1 - \frac{1}{N^2}\right) \left(1 - \frac{2^2}{N^2}\right) \dots \left(1 - \frac{n^2}{N^2}\right), \\ n = 0, 1, 2, \dots, N - 1.$$

2 数字水印的嵌入

数字水印的嵌入过程如图 1。

2.1 基于 Tchebichef 矩的数字水印嵌入

数字水印的嵌入过程如下:

第 1 步 将水印图像转换成一维序列, 使用版权拥有者的密钥 K 对水印进行加密置乱, 得到 $W = \{\omega_i\}_{i=1, \dots, m}$, 其中 m 是数字水印的长度。

第 2 步 假定原始图像 I 是大小为 $IM \times IN$ 像

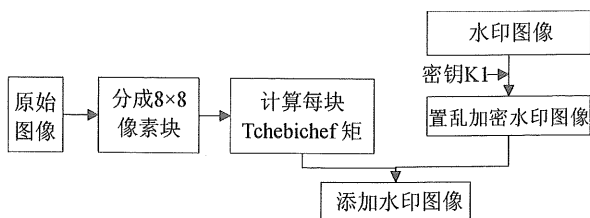


图 1 数字水印的嵌入过程
Fig. 1 Structure of watermark embedding scheme

素的灰度图像。将图像 I 分成 8×8 像素的块, 则图像 I 共分成 $\left\lfloor \frac{IM}{8} \right\rfloor \times \left\lfloor \frac{IN}{8} \right\rfloor$ 个子块。对每一个块分别计算 Tchebichef 矩, 第 i 个块的系数矩阵 T_i 可以排列成 8×8 矩阵:

$$T_i = \begin{bmatrix} T_{00} & T_{01} & \cdots & T_{07} \\ T_{10} & T_{11} & \cdots & T_{17} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ T_{70} & T_{71} & \cdots & T_{77} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$T_{pq} = \frac{1}{\rho(m,8)\rho(n,8)} \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 \tilde{t}_p(x)\tilde{t}_q(y)f(x,y)$$

$$0 \leq p, q \leq 7, i = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{IM}{8} \right\rfloor \times \left\lfloor \frac{IN}{8} \right\rfloor$$

第 3 步 对第 i 个块, 计算 T_{45} 和 T_{54} , 如果嵌入的第 i 位数字水印 ω_i 是 0, 调整 T_{45} 和 T_{54} , 使 $T_{45} < T_{54}$; 如果嵌入的第 i 位数字水印 ω_i 是 1, 调整 T_{45} 和 T_{54} , 使 $T_{45} > T_{54}$ 。为了使嵌入的水印抗攻击性较强, 使用阈值 τ , 嵌入水印位 ω_i 后, $|T_{45} - T_{54}| \geq \tau$ 。

第 4 步 使用系数矩阵 T_i 重建图像 I 的第 i 个块 I_i :

$$I_i = \begin{bmatrix} f_{00} & f_{01} & \cdots & f_{07} \\ f_{10} & f_{11} & \cdots & f_{17} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f_{70} & f_{71} & \cdots & f_{77} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 $f(x,y) = \sum_{p=0}^7 \sum_{q=0}^7 T_{pq}\tilde{t}_p(x)\tilde{t}_q(y)$, $0 \leq x, y \leq 7$,

$i = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{IM}{8} \right\rfloor \times \left\lfloor \frac{IN}{8} \right\rfloor$ 。当所有 I_i 重建后, 生成最终的添加水印图像 I' 。

2.2 计算 Tchebichef 矩的快速算法

归一化的 Tchebichef 多项式具有属性: $\tilde{t}_n(N-1-x) = (-1)^n \tilde{t}_n(x)$, 可以加速计算 Tchebichef 矩, 但是由于 $\tilde{t}_n(x)$ 的计算是一个递归过程, Tchebichef 矩的计算量仍然非常巨大。

在本文的数字水印方案中, 图像 I 分成 8×8

像素的块, 因此可以事先计算 $\tilde{t}_n(x)$ 并且将其存储在一张查找表中。使用查找表后, Tchebichef 矩的计算非常迅速。图 2 是 $N=8$ 时归一化的 Tchebichef 多项式 $\tilde{t}_n(x)$ ($0 \leq n \leq 7$)。

从图 2 中还可以看出, n 越小, Tchebichef 多项式 $\tilde{t}_n(x)$ 振幅越宽, 能量越大, 频率越低, 抗低通滤波性能越好。 n 越大, Tchebichef 多项式 $\tilde{t}_n(x)$ 振幅越小, 能量越少, 频率越高, 抗低通滤波性能越差。

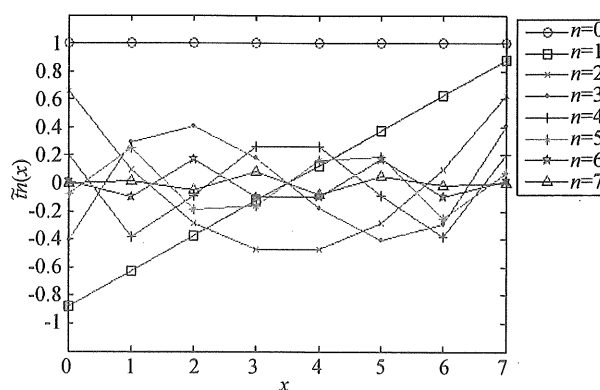


图 2 $N=8$ 时归一化的 Tchebichef 多项式 $\tilde{t}_n(x)$
Fig. 2 Plot of scaled Tchebichef polynomials for $N=8$

3 数字水印的提取过程

本文中数字水印的提取不需要原始图像参与, 属于盲水印提取算法。水印的提取过程是水印嵌入过程的逆过程, 如图 3 所示。

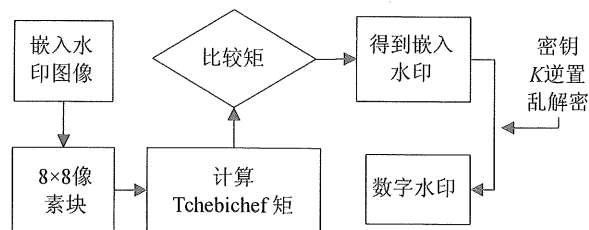


图 3 数字水印的提取过程 $\tilde{t}_n(x)$

Fig. 3 Structure of watermark extraction scheme

数字水印提取过程步骤如下:

第 1 步 将嵌入水印的图像 I' 分成 8×8 像素的块, 对每一块计算 Tchebichef 矩, 系数排列成 8×8 的矩阵。

第 2 步 对第 i 个块, 比较 T_{45} 和 T_{54} , 若 $T_{45} < T_{54}$, 则第 i 位水印 ω'_i 是 0; 如果 $T_{45} > T_{54}$, 则 ω'_i 是 1。得到数字水印序列 $W' = \{\omega'_i\} |_{i=1 \dots m}$ 。

第 3 步 使用版权拥有者的密钥 K 对水印进行解密并逆置乱，得到提取的水印图像。提取出的水印的质量可以使用误码率 BER 来衡量。

4 仿真实验

4.1 决定水印嵌入矩位置及阈值

选用峰值信噪比 (PSNR) 来衡量嵌入水印图像的质量。在本文的水印嵌入算法中，嵌入水印图像质量的好坏取决于两个要素：嵌在图像中的水印位数与阈值 τ 。如果采用较大的 τ ，嵌入水印的图像经过攻击后仍然能够提取出质量较高的水印图像，但是不可避免的嵌入水印的图像的质量会较差。相反的，如果选用较小的 τ ，嵌入水印的图像质量好，但是水印的抗攻击性也要差一些。因此，需要事先确定阈值 τ 。在一个 8×8 块中使用 $T'_{pq} = T_{pq} + \alpha$ 来代替 T_{pq} ，修改 1 个 Tchebichef 矩后图像重建得到的该块 PSNR 表。该 8×8 的块由计算机随机生成，我们随机生成 100 个 8×8 的块，修改阶数不同的 Tchebichef 矩以及使用不同的 α ，将得到的 PSNR 平均值绘成图 4。

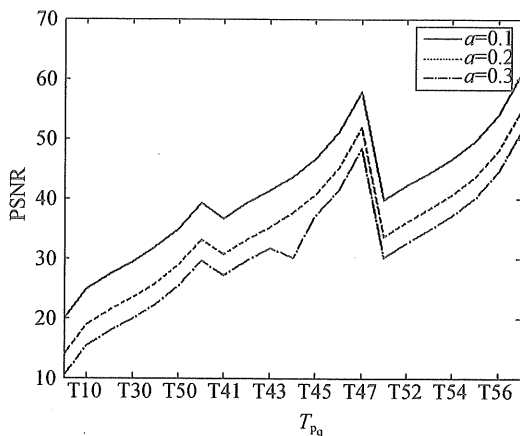


图 4 修改块中一个 Tchebichef 矩的块 PSNR
Fig. 4 PSNR of watermark embedded block with some Tchebichef moments modified

结合图 2 的结果，为了使嵌入水印后的图像能够经受低通滤波，我们选择 T_{45} 和 T_{54} 来嵌入水印信息。

图 5 是标准图库中的五幅待测试的原图和水印图像，五幅原图分别代表具有纹理丰富、细节丰富、区域分明、主题分明和平坦背景的五类图像。

图 6 是在原始图像中使用不同阈值 τ 嵌入不同水印位数的嵌入水印图像的 PSNR，从图 6 中可以看出，随着阈值 τ 的增加及嵌入水印数量的增加，

嵌入水印图像的 PSNR 会下降。

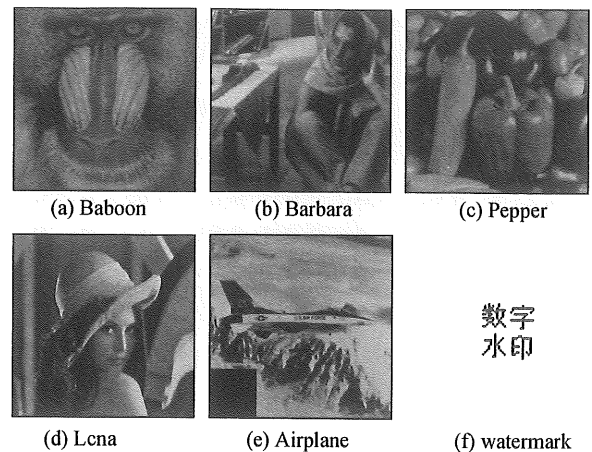


图 5 原始图像和水印图像

Fig. 5 The test images and watermark

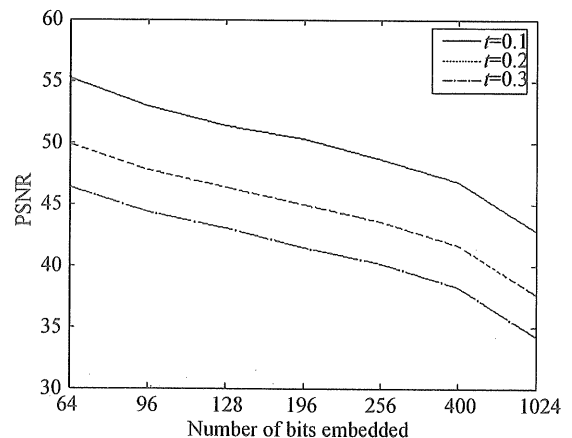


图 6 使用不同阈值 τ 嵌入不同水印位数的嵌入水印图像的 PSNR

Fig. 6 The PSNR of a watermarked image by the number of bits embedded with different τ

表 1 是在原始图像中使用不同阈值 τ 嵌入不同水印位数的嵌入水印图像中提取水印的误码率。从表 1 中可以看出，阈值 τ 增大，提取水印的误码率降低。当 τ 从 0.2 增加到 0.3 时，误码率相差已不多，但是 PSNR 差别仍然较大。

综合图 4、图 6 和表 1 的结果，选用阈值 τ 为 0.2。后面的实验中，在 256×256 的原始图像中嵌入 32×32 的水印图像。实验结果与传统使用 DCT 变换嵌入水印算法做比较^[12]。文献 [12] 将原始图像分块后做 DCT 变换，修改中频系数来嵌入数字水印。为了使实验具有可比性，本文使用的 DCT 水印算法同样将原始图像分为 8×8 的块，将每块做 DCT 变换，修改两个中频系数嵌入水印。

表 1 使用不同阈值 τ 嵌入不同水印位数的嵌入水印图像中提取水印的误码率 BER

Table 1 The BER of extracted watermark vs. the number of bits embedded with different τ

阈值 τ	嵌入量/bp						
	1024	400	256	196	128	96	64
0.1	0.018	0.007	0.023	0.03	0.02	0	0
0.2	0.003	0	0.004	0.01	0	0	0
0.3	0.001	0	0	0.01	0	0	0

以 Pepper 为例, 图 7 中从左到右分别为 Pepper 原图, 使用本文方法添加水印 Pepper 图和传统使用 DCT 添加水印 Pepper 图。

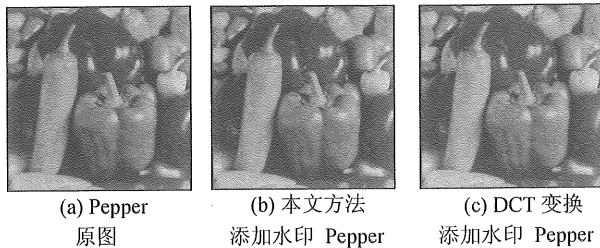


图 7 Pepper 原始图像和添加水印后图像
Fig. 7 The original and watermarked image Pepper

4.2 抗 JPEG 压缩的鲁棒性实验

使用 Stirmark 对添加水印图像进行压缩质量从 90 到 10 的 JPEG 压缩, 对压缩后的图像提取水印, 表 2 给出实验结果并与传统使用 DCT 变换嵌入水印算法做比较^[12]。

表 2 抗 JPEG 压缩鲁棒性实验

Table 2 Robustness versus JPEG compress

JPEG 压缩质量	90	80	75	70
本文水印 BER	0.004 9	0.005 9	0.009 8	0.076 2
DCT 水印 BER	0.016 6	0.024 4	0.077 1	0.108 4
JPEG 压缩质量	60	50	20	10
本文水印 BER	0.316 4	0.382 8	0.564 4	0.632 8
DCT 水印 BER	0.331 1	0.468 8	0.653 3	0.727 5

经过不同压缩质量的 JPEG 压缩, 使用本文算法提取的水印普遍比使用 DCT 变换提取的水印效果好。

4.3 抗加性噪声的鲁棒性实验

图像的噪声可以看做是图像的高频信息, 表 3 给出了实验过程中对高斯、椒盐噪声进行的鲁棒性实

验结果并与传统使用的 DCT 变换嵌入水印算法做比较。从表 3 中可以看出, 使用本文算法进行数字水印嵌入, 抗加性噪声能力明显比使用 DCT 方法强。

表 3 抗高斯椒盐噪声鲁棒性实验

Table 3 Robustness versus noises

噪声	本文水印 BER	本文提取水印	文 [12] 水印 BER	文 [12] 提取水印
高斯 $\mu = 0$ $\sigma^2 = 0.001$	0.006 8	数字水印	0.046 9	数字水印
高斯 $\mu = 0$ $\sigma^2 = 0.005$	0.076 2	数字水印	0.221 7	数字水印
高斯 $\mu = 0$ $\sigma^2 = 0.01$	0.168 9	数字水印	0.289 1	数字水印
椒盐 noise density 0.01	0.047 8	数字水印	0.102 5	数字水印
椒盐 noise density 0.02	0.098 6	数字水印	0.184 6	数字水印

4.4 抗仿射攻击的鲁棒性实验

使用 Stirmark 对添加水印图像旋转并缩放回原始图像大小, 对攻击后的图像提取水印。表 4 给出了实验结果。经过顺时针和逆时针的小角度旋转, 原始水印仍然清晰可辨。

表 4 仿射攻击鲁棒性实验

Table 4 Robustness versus rotation and scale

仿射攻击	旋转 Rotation Scale -0.25	旋转 Rotation Scale -1	旋转 Rotation Scale 0.25	旋转 Rotation Scale 1
提取水印	数字水印	数字水印	数字水印	数字水印

4.5 抗亮度/对比度攻击的鲁棒性实验

图 8 给出了使用 Photoshop 对添加水印图像增加亮度/对比度后水印检测实验结果。当亮度增加 70, 对比度也增加 70 后, 误码率仅为 0.005 9; 而使用传统基于 DCT 变换的数字水印算法, 提取水印误码率为 0.018 6。

4.6 抗高斯低通滤波的鲁棒性实验

对加载水印图像进行高斯低通滤波, 分别设计窗口为 3×3 、 5×5 和 7×7 的高斯低通滤波器, 基于 Tchebichef 矩的数字水印算法取得了非常好的实验效果, 实验结果如图 9 所示。

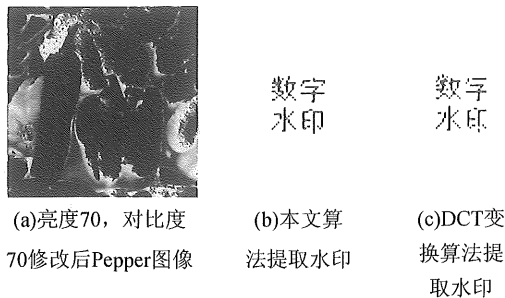


图 8 抗亮度/对比度攻击的鲁棒性

Fig. 8 Robustness versus luminance and contrast enhancement

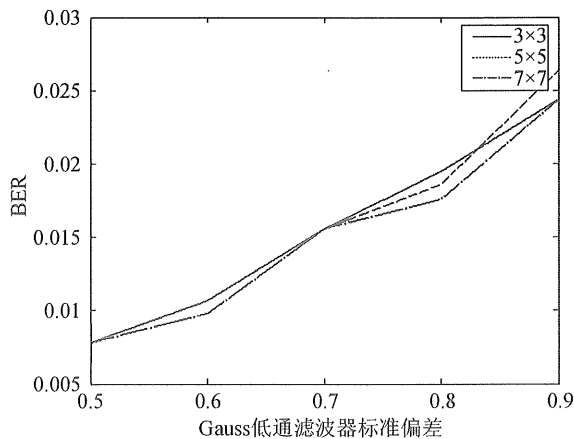


图 9 抗低通滤波的鲁棒性

Fig. 9 Robustness versus low pass filtering

4.7 对剪切攻击的实验

使用 Photoshop 对添加水印图像进行了部分剪切和拷贝，选择不具备抗剪切功能的图像置乱算法，检测出的水印可以记忆被剪切和拷贝部位。

如果选取合适的特征提取算法和水印置乱算法，本文算法不仅可以定位拷贝篡改部位，还可以定位从图像的何处拷贝而来，因而可以应用于图像内容认证算法。

5 结 语

本文通过修改图像的 Tchebichef 矩来实现数字水印的嵌入，算法通过查找表法实现水印算法的快速计算，大大降低了计算 Tchebichef 矩的时间复杂度，提高了实现速度，使水印的添加和检测具有实时性。实验表明：算法不仅视觉效果好，而且对于常见的攻击，如 JPEG 压缩、加性噪声、小角度的旋转缩放攻击、亮度/对比度攻击以及高斯低通滤波等具有很好的鲁棒性，实验效果远好于常用的 DCT 数字水印算法。基于 Tchebichef 矩的半脆弱数字水印算法在实际应用中具有很强的实用价值。本

文基于 Tchebichef 矩的半脆弱数字水印算法在水印嵌入容量上仅仅考虑最多嵌入 1024bit，实际应用中，可以根据视觉模型，在纹理较丰富的块中修改多个 Tchebichef 矩来增加水印容量，采用什么有效快速的算法来判断水印嵌入位数，这也是我们下一步需要做的工作。

参考文献：

- [1] VAN SCHYNDEL R G, TIRKEL A Z, OSBOME C F. A digital watermark[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing, Austin, Texas, USA. 1994: 86-90.
- [2] NIKOLAIDIS N, PITAS I. Copyright protection of images using robust digital signatures [C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Atlanta, Georgia, USA. 1996: 2168-2171.
- [3] COX I J, KILIAN J, LEIGHTON F T, et al. Secure spread spectrum watermarking for multimedia[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 12(6): 1673-1687.
- [4] HSU C T, WU J L. Multiresolution watermarking for digital image[J]. IEEE Transactions on Circuits and System-II: Analog and Digital Signal Processing, 1998, 45(8): 1097-1101.
- [5] LOU D C, LIU J L, HU M C. Adaptive digital watermarking using network technique[C]. Proceeding of the IEEE International Carnahan Conference on Security Technology, Taipei, 2003: 325-332.
- [6] DAVIS K J, NAJARIAN K. Maximizing strength of digital watermarks using neural networks[C]. Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Washington DC, USA, 2001: 2893-2898.
- [7] HUNG H T, DUEN W S. Color image extraction based on support vector machines [J]. Information Sciences, 2007, 177: 550-569.
- [8] ZHANG L, XIAO W W, QIAN G B, et al. Rotation, scaling, and translation invariant local watermarking technique with krawtchouk moments[J]. Chinese Optics Letters, 2007, 5(1): 21-24.
- [9] HU M. Visual pattern recognition by moment invariants [J]. IRE Trans Inf Theory, 1962, 8: 179-187.
- [10] XIN Y Q, LIAO S, MIROSLAW P. Circularly orthogonal moments for geometrically robust image watermarking [J]. Pattern Recognition, 2007, 40: 3740-3752.
- [11] MUKUNDAN R. Image analysis by Tchebichef moments [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, (9): 1357-1364.
- [12] BARNI M, BARTO LINI F, CAPPELLINI V. A DCT domain system for robust image watermarking [J]. Signal Processing, 1998, 66(3): 357-372.